线性代数
自测题第一章难点解答

宁　群

(宿州学院　数学与统计学院)

目录

1 第1节

2 第2节

3 第3节

4 第4节

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.所以阶梯形矩阵不一定是上三角形矩阵.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.所以阶梯形矩阵不一定是上三角形矩阵.

2.原题：上三角矩阵一定是阶梯形矩阵.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.所以阶梯形矩阵不一定是上三角形矩阵.

2.原题：上三角矩阵一定是阶梯形矩阵.

解 结论是错误的.

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.所以阶梯形矩阵不一定是上三角形矩阵.

2.原题：上三角矩阵一定是阶梯形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：

自测题第一章难点解答

1.原题：阶梯形矩阵一定是上三角形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：上三角形矩阵一定是方阵，而阶梯形矩阵不一定是方阵.所以阶梯形矩阵不一定是上三角形矩阵.

2.原题：上三角矩阵一定是阶梯形矩阵.

解 结论是错误的.

理由：例如，$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&0&1\\0&0&2\end{pmatrix}$是上三角矩阵，但不是阶梯形矩阵.

自测题第一章难点解答

3.原题：设A，B是两个$n\times n$阶矩阵，k是一个正自然数，则$AB=BA$是$(AB)^k=A^kB^k$成立的

自测题第一章难点解答

3.原题：设A，B是两个$n\times n$阶矩阵，k是一个正自然数，则$AB=BA$是$(AB)^k=A^kB^k$成立的

解 充分但非必要条件.

自测题第一章难点解答

3.原题：设A，B是两个$n\times n$阶矩阵，k是一个正自然数，则$AB=BA$是$(AB)^k=A^kB^k$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：

自测题第一章难点解答

3.原题：设A, B是两个$n\times n$阶矩阵，k是一个正自然数，则$AB=BA$是$(AB)^k=A^kB^k$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：例如，$A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$，

则$AB=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}, BA=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}, AB\neq BA$，

自测题第一章难点解答

3.原题：设A，B是两个$n\times n$阶矩阵，k是一个正自然数，则$AB=BA$是$(AB)^k=A^kB^k$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：例如，$A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$，

则$AB=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}$，$BA=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，$AB\neq BA$，

但$(AB)^2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，

$$A^2B^2=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^2\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}=(AB)^2$$

自测题第一章难点解答

4.原题：设$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}$，则$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=$

自测题第一章难点解答

4.原题：设$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}$，则$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} =$

解 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}.$

自测题第一章难点解答

4.原题：设$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}$，则$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}.$

理由：

自测题第一章难点解答

4.原题：设$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}$，则$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}.$

理由：因为$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，

且$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$可交换，所以可以按牛顿二项展开式计算

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}=[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}]^{10}$$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

自测题第一章难点解答

4.原题：设$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}$，则$\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 10 \end{pmatrix}.$

理由：因为$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，

且$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$与$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$可交换，所以可以按牛顿二项展开式计算

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}=[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}]^{10}=$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}+C_{10}^{1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{9}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}+C_{10}^{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{8}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^{2}+\dots$$

自测题第一章难点解答

而$k \geq 2$时，$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$,

自测题第一章难点解答

而$k \geq 2$时, $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, 所以

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} + C_{10}^{1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{9} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

自测题第一章难点解答

而$k\geq 2$时，$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^k=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10}+C_{10}^{1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{9}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$a=1$, $b=10$.

自测题第一章难点解答

而$k\geq 2$时，$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^k=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^{10}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{10}+C_{10}^{1}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{9}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&10\\0&1\end{pmatrix},$$

所以$a=1,\ b=10.$

5.原题：设$A,\ B$是两个n阶方阵，且$A^3=B^2=I$为n阶单位矩阵，则$A^{2015}B^{2016}=$

自测题第一章难点解答

而$k \geq 2$时，$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} + C_{10}^{1}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{9}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$a = 1$, $b = 10$.

5.原题：设A, B是两个n阶方阵，且$A^3 = B^2 = I$为n阶单位矩阵，则$A^{2015}B^{2016} =$

解 A^2.

自测题第一章难点解答

而$k\geq 2$时，$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^k=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^{10}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{10}+C_{10}^1\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^9\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&10\\0&1\end{pmatrix},$$

所以$a=1,\ b=10.$

5.原题：设$A,\ B$是两个n阶方阵，且$A^3=B^2=I$为n阶单位矩阵，则$A^{2015}B^{2016}=$

解 $A^2.$

理由：

自测题第一章难点解答

而$k \geq 2$时，$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^k = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{10} + C_{10}^{1} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^{9} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 10 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$a = 1,\ b = 10.$

5.原题：设$A,\ B$是两个n阶方阵，且$A^3 = B^2 = I$为n阶单位矩阵，则$A^{2015}B^{2016} =$

解 $A^2.$

理由：因为$A^{2015} = A^2A^{2013} = A^2(A^3)^{671} = A^2I^{671} = A^2$，$B^{2016} = (B^2)^{1008} = I^{1008} = I$，

自测题第一章难点解答

而$k\geq 2$时，$\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}^k=\begin{pmatrix}0&0\\0&0\end{pmatrix}$，所以

$$\begin{pmatrix}1&1\\0&1\end{pmatrix}^{10}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{10}+C_{10}^{1}\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}^{9}\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&10\\0&1\end{pmatrix},$$

所以$a=1,\ b=10.$

5.原题：设$A,\ B$是两个n阶方阵，且$A^3=B^2=I$为n阶单位矩阵，则$A^{2015}B^{2016}=$

解 $A^2.$

理由：因为$A^{2015}=A^2A^{2013}=A^2(A^3)^{671}=A^2I^{671}=A^2,$ $B^{2016}=(B^2)^{1008}=I^{1008}=I$，

所以$A^{2015}B^{2016}=A^2I=A^2.$

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，
则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，

则$AB = BA$是$(AB)^{2015} = A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：可以用第3.题中的例子，这里再给一个例子.

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：可以用第3.题中的例子，这里再给一个例子.

例如 $A=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$，满足

$AB=A$，$BA=B$，$AB\neq BA$，

自测题第一章难点解答

6.原题：设A, B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：可以用第3.题中的例子，这里再给一个例子.

例如 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$，满足

$AB=A$, $BA=B$, $AB\neq BA$，

但$(AB)^{2015}=A^{2015}=A$, $A^{2015}B^{2015}=AB=A$.

$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$.

自测题第一章难点解答

6.原题：设A, B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：可以用第3.题中的例子，这里再给一个例子.

例如 $A=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$，满足

$AB=A$, $BA=B$, $AB\neq BA$，

但$(AB)^{2015}=A^{2015}=A$, $A^{2015}B^{2015}=AB=A$.

$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$.

7.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}$，则$B^{2015}AB^{2016}=$

自测题第一章难点解答

6.原题：设A，B是两个n阶方阵，

则$AB=BA$是$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$成立的

解 充分但非必要条件.

理由：可以用第3.题中的例子，这里再给一个例子.

例如 $A=\begin{pmatrix}1&0\\1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix}$，满足

$AB=A$，$BA=B$，$AB\neq BA$，

但$(AB)^{2015}=A^{2015}=A$，$A^{2015}B^{2015}=AB=A$.

$(AB)^{2015}=A^{2015}B^{2015}$.

7.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}$，则$B^{2015}AB^{2016}=$

解 $\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}$.

自测题第一章难点解答

理由：

自测题第一章难点解答

理由： 因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

$$B^{2015}AB^{2016}=BAI=\begin{pmatrix}0 & \frac{1}{3}\\ 3 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 6\end{pmatrix}.$$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

$$B^{2015}AB^{2016}=BAI=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}.$$

8.原题： 设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{10}$，则矩阵$A$的第一行元素之和等于

自测题第一章难点解答

理由：因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

$$B^{2015}AB^{2016}=BAI=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}.$$

8.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{10}$，则矩阵$A$的第一行元素之和等于

解 56.

自测题第一章难点解答

理由：因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

$$B^{2015}AB^{2016}=BAI=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}.$$

8.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{10}$，则矩阵$A$的第一行元素之和等于

解 56.

理由：

自测题第一章难点解答

理由： 因为$B^2=I$，所以

$$B^{2015}=B(B^2)^{1007}=B,\ B^{2016}=(B^2)^{1008}=I$$

$$B^{2015}AB^{2016}=BAI=\begin{pmatrix}0&\frac{1}{3}\\3&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&2\\3&6\end{pmatrix}.$$

8.原题： 设$A=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}^{10}$，则矩阵$A$的第一行元素之和等于

解 56.

理由： 记$I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}$，则

$$A=(I+B)^{10}.$$

自测题第一章难点解答

而I与B可交换，所以$(I+B)^{10}$可以按牛顿二项展开式运算.

自测题第一章难点解答

而I与B可交换，所以$(I+B)^{10}$可以按牛顿二项展开式运算.即

$$(I+B)^{10}=I^{10}+C_{10}^{1}I^{9}B+C_{10}^{2}I^{8}B^{2}+C_{10}^{3}I^{7}B^{3}+\cdots,$$

自测题第一章难点解答

而I与B可交换，所以$(I+B)^{10}$可以按牛顿二项展开式运算.即

$(I+B)^{10}=I^{10}+C_{10}^{1}I^{9}B+C_{10}^{2}I^{8}B^{2}+C_{10}^{3}I^{7}B^{3}+\cdots$,再，注意到对任意的正整数$k$，都有$I^{k}=I$，且 $B^{2}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，而对任意的$k>2$，都有$B^{k}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

而I与B可交换，所以$(I+B)^{10}$可以按牛顿二项展开式运算.即

$(I+B)^{10}=I^{10}+C_{10}^{1}I^{9}B+C_{10}^{2}I^{8}B^{2}+C_{10}^{3}I^{7}B^{3}+\cdots$,再，注意到对任意的正整数$k$，都有$I^{k}=I$，且 $B^{2}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，而对任意的$k>2$，都有$B^{k}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，所以 $A=(I+B)^{10}=$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+10\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}+45\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

而I与B可交换，所以$(I+B)^{10}$可以按牛顿二项展开式运算.即

$(I+B)^{10}=I^{10}+C_{10}^{1}I^{9}B+C_{10}^{2}I^{8}B^{2}+C_{10}^{3}I^{7}B^{3}+\cdots$,再，注意到对任意的正整数$k$，都有$I^{k}=I$，且 $B^{2}=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，而对任意的$k>2$，都有$B^{k}=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}$，所以 $A=(I+B)^{10}=$

$$\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}+10\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\0&0&0\end{pmatrix}+45\begin{pmatrix}0&0&1\\0&0&0\\0&0&0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&10&45\\0&1&10\\0&0&1\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：矩阵B与矩阵A可交换，但矩阵B^T与A不一定可交换.

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：矩阵B与矩阵A可交换，但矩阵B^T与A不一定可交换.

例如，$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：矩阵B与矩阵A可交换，但矩阵B^T与A不一定可交换.

例如，$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$，$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$，满足

$AB = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = BA$，即$B$与$A$可交换，

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：矩阵B与矩阵A可交换，但矩阵B^T与A不一定可交换.

例如，$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$，满足

$AB=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}=BA$，即$B$与$A$可交换，

但$B^T=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，$B^TA=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}=$
$\begin{pmatrix}3 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$，$AB^T=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

9.原题：若矩阵A，B_1，B_2是同阶方阵，且B_1，B_2都与A可交换，则下列矩阵中，不一定与A可交换的是

解 B_1^T，其中B^T表示矩阵B的转置.

理由：矩阵B与矩阵A可交换，但矩阵B^T与A不一定可交换.

例如，$A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}$，满足

$AB=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ -1 & -2\end{pmatrix}=BA$，即$B$与$A$可交换，

但$B^T=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$，$B^TA=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}=$
$\begin{pmatrix}3 & 3\\ 1 & 2\end{pmatrix}$，$AB^T=\begin{pmatrix}1 & 2\\ -2 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3 & -1\\ -3 & 2\end{pmatrix}$，

$AB^T\neq B^TA$

自测题第一章难点解答

10.原题：设$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$，则$f(A)=$

自测题第一章难点解答

10.原题：设$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$，则$f(A)=$

解 $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

自测题第一章难点解答

10.原题：设$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$，则$f(A)=$

解 $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

理由：

自测题第一章难点解答

10.原题：设$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$，则$f(A)=$

解 $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

理由：因为对任意正整数$k>1$，都有$A^k=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

10.原题：设$A=\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$，$f(x)=x^{10}+x^9+x^8+x^7+x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1$，则$f(A)=$

解 $\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}$.

理由：因为对任意正整数$k>1$，都有$A^k=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$，所以

$$f(A)=A+I=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 0\end{pmatrix}.$$

自测题第一章难点解答

11.原题：我校埇桥区籍的学生度周末有回家和在校两种选择.统计数据显示，本周末回家的学生，下周末回家的占$\frac{2}{5}$，本周末在校的学生下周末在校的占$\frac{1}{5}$.若开学第1周周末有x_1位埇桥区籍的学生选择回家，有y_1位埇桥区籍的学生选择在校，第5周周末选择回家的学生x_5，第5周周末选择在校的学生y_5，则$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix}$的矩阵运算表示为

自测题第一章难点解答

11.原题：我校埇桥区籍的学生度周末有回家和在校两种选择.统计数据显示，本周末回家的学生，下周末回家的占$\frac{2}{5}$，本周末在校的学生下周末在校的占$\frac{1}{5}$.若开学第1周周末有x_1位埇桥区籍的学生选择回家，有y_1位埇桥区籍的学生选择在校，第5周周末选择回家的学生x_5，第5周周末选择在校的学生y_5，则$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix}$的矩阵运算表示为

解 $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$.

自测题第一章难点解答

11.原题：我校埇桥区籍的学生度周末有回家和在校两种选择.统计数据显示，本周末回家的学生，下周末回家的占$\frac{2}{5}$，本周末在校的学生下周末在校的占$\frac{1}{5}$.若开学第1周周末有x_1位埇桥区籍的学生选择回家，有y_1位埇桥区籍的学生选择在校，第5周周末选择回家的学生x_5，第5周周末选择在校的学生y_5，则$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix}$的矩阵运算表示为

解 $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$.

理由：

自测题第一章难点解答

11.原题：我校埇桥区籍的学生度周末有回家和在校两种选择.统计数据显示，本周末回家的学生，下周末回家的占$\frac{2}{5}$，本周末在校的学生下周末在校的占$\frac{1}{5}$.若开学第1周周末有x_1位埇桥区籍的学生选择回家，有y_1位埇桥区籍的学生选择在校，第5周周末选择回家的学生x_5，第5周周末选择在校的学生y_5，则$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix}$的矩阵运算表示为

解 $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$.

理由：第k周回家的学生为x_k，在校的学生为y_k，

自测题第一章难点解答

11.原题：我校埇桥区籍的学生度周末有回家和在校两种选择.统计数据显示，本周末回家的学生，下周末回家的占$\frac{2}{5}$，本周末在校的学生下周末在校的占$\frac{1}{5}$.若开学第1周周末有x_1位埇桥区籍的学生选择回家，有y_1位埇桥区籍的学生选择在校，第5周周末选择回家的学生x_5，第5周周末选择在校的学生y_5，则$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix}$的矩阵运算表示为

解 $\begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$.

理由：第k周回家的学生为x_k，在校的学生为y_k，则

$$\begin{cases} x_2 = \frac{2}{5}x_1 + \frac{4}{5}y_1 \\ y_2 = \frac{3}{5}x_1 + \frac{1}{5}y_1 \end{cases}，矩阵表示为 \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix},$$

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

依次代入，即可得$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

依次代入，即可得$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

12.原题：设x_1，x_2是二次方程$x^2+ax+b=0$的两个不同的根，$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}$，$B = A\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} B$，

则$A+C+CB=$

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

依次代入，即可得$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

12.原题：设x_1，x_2是二次方程$x^2 + ax + b = 0$的两个不同的根，$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}$，$B = A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} B$，

则$A + C + CB =$

解 $\begin{pmatrix} -a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

依次代入，即可得$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

12.原题：设x_1，x_2是二次方程$x^2 + ax + b = 0$的两个不同的根，$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}$，$B = A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} B$，

则$A + C + CB =$

解 $\begin{pmatrix} -a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

对任意的正整数k，$\begin{pmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_k \\ y_k \end{pmatrix}$，

依次代入，即可得$\begin{pmatrix} x_5 \\ y_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{2}{5} & \frac{4}{5} \\ \frac{3}{5} & \frac{1}{5} \end{pmatrix}^4 \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix}$

12.原题：设x_1，x_2是二次方程$x^2 + ax + b = 0$的两个不同的根，$A = \begin{pmatrix} x_1 & 0 \\ 0 & x_2 \end{pmatrix}$，$B = A \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$，$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} B$，

则$A + C + CB =$

解 $\begin{pmatrix} -a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$

理由：由矩阵的乘法，

$$B = \begin{pmatrix} 0 & x_1 \\ x_2 & 0 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} x_2 & 0 \\ 0 & x_1 \end{pmatrix},\ CB = \begin{pmatrix} 0 & x_1 x_2 \\ x_1 x_2 & 0 \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$A+C+CB=\begin{pmatrix} x_1+x_2 & x_1x_2 \\ x_1x_2 & x_1+x_2 \end{pmatrix},$$

自测题第一章难点解答

$$A+C+CB=\begin{pmatrix} x_1+x_2 & x_1x_2 \\ x_1x_2 & x_1+x_2 \end{pmatrix},$$

再由维达定理，即得到：$A+C+CB=\begin{pmatrix} -a & b \\ b & -a \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

13.原题：设矩阵A, B满足$AB=I$，其中I是单位矩阵，则A是可逆矩阵，且$A^{-1}=B$.则

自测题第一章难点解答

13.原题：设矩阵A, B满足$AB = I$，其中I是单位矩阵，则A是可逆矩阵，且$A^{-1} = B$.则

解 此陈述是错误的.

自测题第一章难点解答

13.原题：设矩阵A，B满足$AB=I$，其中I是单位矩阵，则A是可逆矩阵，且$A^{-1}=B$.则

解 此陈述是错误的.

理由：

自测题第一章难点解答

13.原题：设矩阵A，B满足$AB = I$，其中I是单位矩阵，则A是可逆矩阵，且$A^{-1} = B$.则

解 此陈述是错误的.

理由：只有当A，B是方阵时，才成立.

自测题第一章难点解答

13.原题：设矩阵A，B满足$AB=I$，其中I是单位矩阵，则A是可逆矩阵，且$A^{-1}=B$.则

解 此陈述是错误的.

理由：只有当A，B是方阵时，才成立.

例如，$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix}$，$AB=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$是单位矩阵，但$A$不是可逆矩阵.

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

解 ①、③、④

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

解 ①、③、④

理由：

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

解 ①、③、④

理由：这里，矩阵A^T与A不一定可交换.

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

解 ①、③、④

理由：这里，矩阵A^T与A不一定可交换.例如，

$$A=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{pmatrix},\ A^T=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 1 & 0\end{pmatrix},\ AA^T=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix},\ A^TA=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

14.原题：设A是任意的可逆矩阵，A^T是A的转置矩阵，$f(x)=x^3+2x-1$，如下给出四个矩阵①$A+A^{-1}$；②$A+A^T$；③$f(A)$；④$f(A^{-1})$，则其中一定与A可交换的矩阵是

解 ①、③、④

理由：这里，矩阵A^T与A不一定可交换.例如，

$$A=\begin{pmatrix}0&1\\0&0\end{pmatrix},\ A^T=\begin{pmatrix}0&0\\1&0\end{pmatrix},\ AA^T=\begin{pmatrix}1&0\\0&0\end{pmatrix},\ A^TA=\begin{pmatrix}0&0\\0&1\end{pmatrix}$$

$AA^T\neq A^TA$，$A(A+A^T)\neq(A+A^T)A$.

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

理由：

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha=\begin{pmatrix}x\\0\\0\\x\end{pmatrix}$是一个$4\times 1$矩阵，$x<0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A=I-\alpha\alpha^T$, $B=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x=$

解 -1

理由：

$$AB=(I-\alpha\alpha^T)(I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T)=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T-\alpha\alpha^T-\frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T$$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

理由：

$$AB = (I - \alpha\alpha^T)(I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T) = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T$$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

理由：

$AB = (I - \alpha\alpha^T)(I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T) = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T =$
$I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T = I + (\frac{1}{x} - 1 - 2x)\alpha\alpha^T$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha=\begin{pmatrix}x\\0\\0\\x\end{pmatrix}$是一个$4\times 1$矩阵，$x<0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记$A=I-\alpha\alpha^T$，$B=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x=$

解 -1

理由：

$AB=(I-\alpha\alpha^T)(I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T)=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T-\alpha\alpha^T-\frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T-\alpha\alpha^T-\frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T=I+(\frac{1}{x}-1-2x)\alpha\alpha^T=I$,

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$，$B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

理由：

$$AB = (I - \alpha\alpha^T)(I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T) = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T = I + (\frac{1}{x} - 1 - 2x)\alpha\alpha^T = I,$$

$$\frac{1}{x} - 1 - 2x = 0,\ 2x^2 + x - 1 = 0,$$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 0 \\ x \end{pmatrix}$是一个$4 \times 1$矩阵，$x < 0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A = I - \alpha\alpha^T$, $B = I + \frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x =$

解 -1

理由：

$$AB = (I - \alpha\alpha^T)(I + \tfrac{1}{x}\alpha\alpha^T) = I + \tfrac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \tfrac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T =$$
$$I + \tfrac{1}{x}\alpha\alpha^T - \alpha\alpha^T - \frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T = I + (\tfrac{1}{x} - 1 - 2x)\alpha\alpha^T = I,$$
$$\frac{1}{x} - 1 - 2x = 0,\ 2x^2 + x - 1 = 0,\ (2x-1)(x+1) = 0,$$

自测题第一章难点解答

15.原题：设$\alpha=\begin{pmatrix}x\\0\\0\\x\end{pmatrix}$是一个$4\times 1$矩阵，$x<0.I$是4阶单位矩阵，$\alpha^T$是$\alpha$的转置矩阵，记 $A=I-\alpha\alpha^T$，$B=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T$，若$A$的逆矩阵是$B$，则$x=$

解 -1

理由：

$AB=(I-\alpha\alpha^T)(I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T)=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T-\alpha\alpha^T-\frac{1}{x}\alpha\alpha^T\alpha\alpha^T=I+\frac{1}{x}\alpha\alpha^T-\alpha\alpha^T-\frac{(\alpha^T\alpha)}{x}\alpha\alpha^T=I+(\frac{1}{x}-1-2x)\alpha\alpha^T=I$，

$\frac{1}{x}-1-2x=0$，$2x^2+x-1=0$，$(2x-1)(x+1)=0$，

$x=\frac{1}{2}$或者$x=-1$.

自测题第一章难点解答

16.原题：设A, B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

自测题第一章难点解答

16.原题：设A, B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

16.原题：设A, B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

16.原题：设A，B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，\ B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$，$(A-I)B=2A-2I+2I$，

自测题第一章难点解答

16.原题： 设A, B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B,\ B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix},\ 则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由： 由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$, $(A-I)B=2A-2I+2I$, $(A-I)B=2(A-I)+2I$.

自测题第一章难点解答

16.原题：设A，B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$，$(A-I)B=2A-2I+2I$，$(A-I)B=2(A-I)+2I$.

$(A-I)(B-2I)=2I$，

自测题第一章难点解答

16.原题：设A，B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$，$(A-I)B=2A-2I+2I$，$(A-I)B=2(A-I)+2I$.

$(A-I)(B-2I)=2I$，$(A-I)[\frac{1}{2}(B-2I)]=I$.

自测题第一章难点解答

16.原题：设A，B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$, $(A-I)B=2A-2I+2I$, $(A-I)B=2(A-I)+2I$.

$$(A-I)(B-2I)=2I,\ (A-I)[\tfrac{1}{2}(B-2I)]=I.$$

$$(A-I)^{-1}=\tfrac{1}{2}(B-2I)$$

自测题第一章难点解答

16.原题：设A，B均为3×3矩阵，I为3阶单位矩阵.若

$$AB=2A+B，B=\begin{pmatrix}2&0&2\\0&4&0\\2&0&2\end{pmatrix}，则(A-I)^{-1}=$$

解 $\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$

理由：由$AB=2A+B$，得$(A-I)B=2A$，$(A-I)B=2A-2I+2I$，$(A-I)B=2(A-I)+2I$.

$(A-I)(B-2I)=2I$，$(A-I)[\frac{1}{2}(B-2I)]=I$.

$$(A-I)^{-1}=\frac{1}{2}(B-2I)=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&1&0\\1&0&0\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

17.原题： 设A，B都是$n \times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1} =$

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n \times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：因为$A+B=B(A^{-1}+B^{-1})A$，

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：因为$A+B=B(A^{-1}+B^{-1})A$，且A，B，$A+B$均可逆时，$(A^{-1}+B^{-1})$也可逆，

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：因为$A+B=B(A^{-1}+B^{-1})A$，且A，B，$A+B$均可逆时，$(A^{-1}+B^{-1})$也可逆，且

$$(A+B)^{-1}=[B(A^{-1}+B^{-1})A]^{-1}=A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$$

自测题第一章难点解答

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：因为$A+B=B(A^{-1}+B^{-1})A$，且A，B，$A+B$均可逆时，$(A^{-1}+B^{-1})$也可逆，且

$$(A+B)^{-1}=[B(A^{-1}+B^{-1})A]^{-1}=A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$$

18.原题：设$A=\begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{pmatrix}$是一个4阶可逆对角阵，且$A^{-1}=A$，如下给出的四个数值中，矩阵$A$的迹$tr(A)$不可能取到的值是

17.原题：设A，B都是$n\times n$阶可逆矩阵，且$(A+B)$也可逆，则$(A+B)^{-1}=$

解 $A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$

理由：因为$A+B=B(A^{-1}+B^{-1})A$，且A，B，$A+B$均可逆时，$(A^{-1}+B^{-1})$也可逆，且

$$(A+B)^{-1}=[B(A^{-1}+B^{-1})A]^{-1}=A^{-1}(A^{-1}+B^{-1})^{-1}B^{-1}$$

18.原题：设$A=\begin{pmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{pmatrix}$是一个4阶可逆对角阵， 且$A^{-1}=A$，如下给出的四个数值中，矩阵$A$的迹$tr(A)$不可能取到的值是

解 1

自测题第一章难点解答

理由：

自测题第一章难点解答

理由：因为$A^{-1} = A$，所以$A^2 = I$，

自测题第一章难点解答

理由：因为$A^{-1}=A$，所以$A^2=I$，由计算知 $d_1^2=d_2^2=d_3^2=d_4^2=1$， $d_k=\pm1,\ k=1,2,3,4.$

自测题第一章难点解答

理由：因为$A^{-1}=A$，所以$A^2=I$，由计算知
$d_1^2=d_2^2=d_3^2=d_4^2=1$， $d_k=\pm1,\ k=1,2,3,4.$
所以$d_1+d_2+d_3+d_4$不可能取得奇数.

自测题第一章难点解答

理由：因为$A^{-1}=A$，所以$A^2=I$，由计算知

$d_1^2=d_2^2=d_3^2=d_4^2=1$， $d_k=\pm 1,\ k=1,2,3,4.$

所以$d_1+d_2+d_3+d_4$不可能取得奇数.

19.原题：设$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & d_2 & 0 \\ 0 & d_3 & 0 & 0 \\ d_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$是一个4阶对合矩阵，

且d_1，d_2，d_3，d_4是不全相等的整数，则$d_1+d_2+d_3+d_4=$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$A^{-1}=A$，所以$A^2=I$，由计算知

$d_1^2=d_2^2=d_3^2=d_4^2=1$， $d_k=\pm 1,\ k=1,2,3,4.$

所以$d_1+d_2+d_3+d_4$不可能取得奇数.

19.原题： 设$A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & d_2 & 0 \\ 0 & d_3 & 0 & 0 \\ d_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$是一个4阶对合矩阵，

且d_1，d_2，d_3，d_4是不全相等的整数，则$d_1+d_2+d_3+d_4=$

解 0

自测题第一章难点解答

理由：

自测题第一章难点解答

理由：因为

$$A^2 = \begin{pmatrix} d_1d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1d_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

自测题第一章难点解答

理由：因为

$$A^2=\begin{pmatrix} d_1d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1d_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$d_1d_4=d_2d_3=1$,

SUZHOU UNIVERSITY

自测题第一章难点解答

理由：因为

$$A^2=\begin{pmatrix} d_1d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1d_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$d_1d_4=d_2d_3=1$，

而d_1，d_2，d_3，d_4是不全相等的整数，所以

自测题第一章难点解答

理由：因为

$$A^2=\begin{pmatrix} d_1d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1d_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$d_1d_4=d_2d_3=1$，

而d_1，d_2，d_3，d_4是不全相等的整数，所以

$d_1=d_4=1$，$d_2=d_3=-1$或者

$d_1=d_4=-1$，$d_2=d_3=1$，

自测题第一章难点解答

理由：因为

$$A^2=\begin{pmatrix} d_1d_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2d_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_2d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_1d_4 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

所以$d_1d_4=d_2d_3=1$，

而d_1，d_2，d_3，d_4是不全相等的整数，所以

$d_1=d_4=1$，$d_2=d_3=-1$或者

$d_1=d_4=-1$，$d_2=d_3=1$，

都有$d_1+d_2+d_3+d_4=0$.

自测题第一章难点解答

20.原题：设$A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ a & b\\ c & d\end{pmatrix}$，

且$P(1,\ 2)A=P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A=A$，其中

$P(1,\ 2)$，$P(1(1),\ 2)$，$P(3(1),\ 2)$ 是相应的3阶初等矩阵，则

$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=$

自测题第一章难点解答

20.原题：设$A=\begin{pmatrix}2 & 3\\ a & b\\ c & d\end{pmatrix}$，

且$P(1,\ 2)A=P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A=A$，其中
$P(1,\ 2)$，$P(1(1),\ 2)$，$P(3(1),\ 2)$ 是相应的3阶初等矩阵，则
$\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix}2 & 3\\ -2 & -3\end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

20.原题：设$A=\begin{pmatrix}2&3\\a&b\\c&d\end{pmatrix}$，

且$P(1,\ 2)A=P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A=A$，其中
$P(1,\ 2)$，$P(1(1),\ 2)$，$P(3(1),\ 2)$ 是相应的3阶初等矩阵，则
$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix}2&3\\-2&-3\end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

20.原题：设$A=\begin{pmatrix}2&3\\a&b\\c&d\end{pmatrix}$，

且$P(1,\ 2)A=P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A=A$，其中

$P(1,\ 2)$，$P(1(1),\ 2)$，$P(3(1),\ 2)$ 是相应的3阶初等矩阵，则

$\begin{pmatrix}a&b\\c&d\end{pmatrix}=$

解 $\begin{pmatrix}2&3\\-2&-3\end{pmatrix}$

理由：因为$P(1,\ 2)A=\begin{pmatrix}a&b\\2&3\\c&d\end{pmatrix}$，

自测题第一章难点解答

$$P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A = P(1(1),\ 2)\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A = P(1(1),\ 2)\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c+2 & b+d+3 \\ c & d \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A = P(1(1),\ 2)\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c+2 & b+d+3 \\ c & d \end{pmatrix}$$

与矩阵A比较，得$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=-3.$

自测题第一章难点解答

$$P(1(1),\ 2)P(3(1),\ 2)A = P(1(1),\ 2)\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c & b+d \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a+c+2 & b+d+3 \\ c & d \end{pmatrix}$$

与矩阵A比较，得$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=-3.$

21.原题：设$A=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ a & b \\ c & d \end{pmatrix}$，

且$P(1,\ 3)A = P(1,\ 2)P(1(-2))P(2(-\frac{1}{2}))A$，其中

$P(1,\ 3)$，$P(1,\ 2)$，$P(1(-2))$，$P(2(-\frac{1}{2}))$ 是相应的3阶初等矩阵，

则 $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} =$

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

理由： 因为$P(1,\ 3)A = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，

$$P(1,\ 2)P(1(-2))P(2(-\tfrac{1}{2}))A = P(1,\ 2)P(1(-2))\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

理由：因为$P(1,\ 3)A = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，

$$P(1,\ 2)P(1(-2))P(2(-\tfrac{1}{2}))A = P(1,\ 2)P(1(-2))\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$P(1,\ 2)\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

理由： 因为$P(1,\ 3)A = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，

$$P(1,\ 2)P(1(-2))P(2(-\tfrac{1}{2}))A = P(1,\ 2)P(1(-2)) \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$P(1,\ 2) \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ -4 & -6 \\ c & d \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

解 $\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

理由：因为$P(1,\ 3)A = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$，

$$P(1,\ 2)P(1(-2))P(2(-\tfrac{1}{2}))A = P(1,\ 2)P(1(-2))\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix} =$$

$$P(1,\ 2)\begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{a}{2} & -\frac{b}{2} \\ -4 & -6 \\ c & d \end{pmatrix}$$

矩阵相等，比较元素， 得$a = -4,\ b = -6,\ c = 2,\ d = 3.$

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$，$P_2 = P(3,2)$，$P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$，$P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$，A^{-1}

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$, $P_2 = P(3,2)$, $P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$, $P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$, A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$，$P_2 = P(3,2)$，$P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$，$P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$，A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$，$P_2 = P(3,2)$，$P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$，$P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$，A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A = I$，所以 $A = (P_4P_3P_2P_1)^{-1}$

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$，$P_2 = P(3,2)$，$P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$，$P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$，A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A = I$，所以 $A = (P_4P_3P_2P_1)^{-1} = P_1^{-1}P_2^{-1}P_3^{-1}P_4^{-1}$

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$, $P_2 = P(3,2)$, $P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$, $P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$, A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A = I$，所以 $A = (P_4P_3P_2P_1)^{-1} = P_1^{-1}P_2^{-1}P_3^{-1}P_4^{-1} = P(2(1),1)P(3,2)P(3(-2))P(3(1),1)$

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$，$P_2 = P(3,2)$，$P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$，$P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$，A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A = I$，所以 $A = (P_4P_3P_2P_1)^{-1} = P_1^{-1}P_2^{-1}P_3^{-1}P_4^{-1} = P(2(1),1)P(3,2)P(3(-2))P(3(1),1)$

$A^{-1} = P_4P_3P_2P_1$

自测题第一章难点解答

22.原题：设矩阵A是一个3阶方阵，且经过4次初等行变换化为了单位矩阵.若4次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1 = P(2(-1),1)$, $P_2 = P(3,2)$, $P_3 = P(3(-\frac{1}{2}))$, $P_4 = P(3(-1),1)$，则$A =$, A^{-1}

解 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A = I$，所以 $A = (P_4P_3P_2P_1)^{-1} = P_1^{-1}P_2^{-1}P_3^{-1}P_4^{-1} = P(2(1),1)P(3,2)P(3(-2))P(3(1),1)$

$A^{-1} = P_4P_3P_2P_1 = P(3(-1),1)P(3(-\frac{1}{2}))P_2P(3,2)P(2(-1),1)$

自测题第一章难点解答

23.原题：设$A=(a_{ij})_{3\times3}$，$B=(b_{ij})_{3\times4}$，将矩阵A写在左侧，矩阵B写在右侧构成3×7矩阵$C=(A\ \ B)$，对C进行4次初等行变换，其化为$(I\ \ D)$，其中I是3阶单位矩阵.若对C实施的四次初等行变换对应的初等矩阵依次是$P_1=P(2,3)$，$P_2=P(1(-1),3)$，$P_3=P(2(-2),1)$，$P_4=P(3(-\frac{1}{2}),1)$，则矩阵方程$AX=B$的解$X=$

自测题第一章难点解答

23.原题：设$A=(a_{ij})_{3\times 3}$，$B=(b_{ij})_{3\times 4}$，将矩阵A写在左侧，矩阵B写在右侧构成3×7矩阵$C=(A\ \ B)$，对C进行4次初等行变换，其化为$(I\ \ D)$，其中I是3阶单位矩阵.若对C实施的四次初等行变换对应的初等矩阵依次是$P_1=P(2,3)$，$P_2=P(1(-1),3)$，$P_3=P(2(-2),1)$，$P_4=P(3(-\frac{1}{2}),1)$，则矩阵方程$AX=B$的解$X=$

解 $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} B$

自测题第一章难点解答

23.原题：设$A=(a_{ij})_{3\times3}$，$B=(b_{ij})_{3\times4}$，将矩阵A写在左侧，矩阵B写在右侧构成3×7矩阵$C=(A\ \ B)$，对C进行4次初等行变换，其化为$(I\ \ D)$，其中I是3阶单位矩阵.若对C实施的四次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1=P(2,3)$，$P_2=P(1(-1),3)$，$P_3=P(2(-2),1)$，$P_4=P(3(-\frac{1}{2}),1)$，则矩阵方程$AX=B$的解$X=$

解 $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} B$

理由：

自测题第一章难点解答

23.原题：设$A=(a_{ij})_{3\times 3}$，$B=(b_{ij})_{3\times 4}$，将矩阵A写在左侧，矩阵B写在右侧构成3×7矩阵$C=(A\ \ B)$，对C进行4次初等行变换，其化为$(I\ \ D)$，其中I是3阶单位矩阵.若对C实施的四次初等行变换对应的初等矩阵依次是 $P_1=P(2,3)$，$P_2=P(1(-1),3)$，$P_3=P(2(-2),1)$，$P_4=P(3(-\frac{1}{2}),1)$，则矩阵方程$AX=B$的解$X=$

解 $\begin{pmatrix} \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} & -2 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} B$

理由：因为$P_4P_3P_2P_1A=I$，$D=P_4P_3P_2P_1B$，所以$X=P_4P_3P_2P_1B$.

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & b\\ 0 & 1 & 2\\ a & -1 & 1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & b\\ 0 & 1 & 2\\ a & -1 & 1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

解 0

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & b\\ 0 & 1 & 2\\ a & -1 & 1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

解 0

理由：

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

解 0

理由：对矩阵A进行初等行变换，

$$\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第1行乘}-a\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&-1&1-ab\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

解 0

理由：对矩阵A进行初等行变换，

$$\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第1行乘}-a\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&-1&1-ab\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&0&3-ab\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，

矩阵A都可逆，则$b=$

解 0

理由：对矩阵A进行初等行变换，

$$\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第1行乘}-a\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&-1&1-ab\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&0&3-ab\end{pmatrix}$$

对任意的整数a，A可逆，

自测题第一章难点解答

24.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}$，若对任意正数$a$，矩阵$A$都可逆，则$b=$

解 0

理由：对矩阵A进行初等行变换，

$$\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\a&-1&1\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第1行乘}-a\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&-1&1-ab\end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&b\\0&1&2\\0&0&3-ab\end{pmatrix}$$

对任意的整数a，A可逆，所以对任意的整数a，$3-ab\neq 0$，从而$b=0$.

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & a\\ b & -1 & 0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$，$b$满足的关系式是？(2)若$A$是可逆矩阵，则$a$，$b$满足的关系式是？

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & a\\ b & -1 & 0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0,$

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & a\\ b & -1 & 0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0$, $(2)a-b\neq 0$

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & a\\ b & -1 & 0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$，$b$满足的关系式是？(2)若$A$是可逆矩阵，则$a$，$b$满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0,\ (2)a-b\neq 0$

理由：

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0$, $(2)a-b\neq 0$

理由：对矩阵A进行初等行变换，$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{第1行乘}-b\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&-1&-b\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0$, $(2)a-b\neq 0$

理由：对矩阵A进行初等行变换，$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{第1行乘}-b\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&-1&-b\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&0&a-b\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

25.原题： 设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0$, $(2)a-b\neq 0$

理由： 对矩阵A进行初等行变换，$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{第1行乘}-b\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&-1&-b\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&0&a-b\end{pmatrix}$$

(1)不可逆，主元个数<3，$a-b=0$；

自测题第一章难点解答

25.原题：设整数矩阵$A=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$，(1)若$A$经过初等行变换不能化为单位矩阵，则$a$, b满足的关系式是？(2)若A是可逆矩阵，则a, b满足的关系式是？

解 $(1)a-b=0$, $(2)a-b\neq 0$

理由：对矩阵A进行初等行变换，$\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\b&-1&0\end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{第1行乘}-b\text{加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&-1&-b\end{pmatrix}\xrightarrow{\text{第2行加到第3行}}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&a\\0&0&a-b\end{pmatrix}$$

(1)不可逆，主元个数<3，$a-b=0$；

(2)可逆，主元个数$=3$，$a-b\neq 0$.

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1} =$

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

宿州学院 SUZHOU UNIVERSITY

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

理由：因为$(2A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^2)^{-1}$

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

理由：因为$(2A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^{-1})^2$

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

理由：因为$(2A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^{-1})^2$

27.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&1\\-1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}a&b\\0&1\end{pmatrix}$都是整数矩阵，

且$A+B$不可逆，则$a+b=$

自测题第一章难点解答

26.原题：设A是一个3阶方阵，且$A^{-1}=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$，

则$(2A^2)^{-1}=$

解 $\begin{pmatrix}\frac{1}{2}&1&\frac{1}{2}\\0&\frac{1}{2}&1\\0&0&\frac{1}{2}\end{pmatrix}$

理由：因为$(2A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^2)^{-1}=\frac{1}{2}(A^{-1})^2$

27.原题：设$A=\begin{pmatrix}1&1\\-1&0\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}a&b\\0&1\end{pmatrix}$都是整数矩阵，

且$A+B$不可逆，则$a+b=$

解 -2

自测题第一章难点解答

理由：

自测题第一章难点解答

理由：因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{交换1，2两行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{交换1，2两行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第1行}(a+1)\text{倍加到第2行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & a+b+2 \end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

理由： 因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{交换1，2两行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第1行}(a+1)\text{倍加到第2行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & a+b+2 \end{pmatrix}$$

$A+B$不可逆，主元个数<2，$a+b+2=0$.

自测题第一章难点解答

理由： 因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{交换1，2两行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第1行}(a+1)\text{倍加到第2行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & a+b+2 \end{pmatrix}$$

$A+B$不可逆，主元个数<2，$a+b+2=0$.

28.原题： 设$A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，且矩阵$B$满足

$AB=A+2B$，则$B=$

自测题第一章难点解答

理由：因为$A+B=\begin{pmatrix} a+1 & b+1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$

$$\xrightarrow{\text{交换1，2两行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ a+1 & b+1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{第1行}(a+1)\text{倍加到第2行}} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & a+b+2 \end{pmatrix}$$

$A+B$不可逆，主元个数<2，$a+b+2=0$.

28.原题：设$A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$，且矩阵$B$满足

$AB=A+2B$，则$B=$

解 $\begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \\ -2 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

理由：

自测题第一章难点解答

理由：因为$AB = A + 2B$，所以$(A - 2I)B = A$，$B = (A - 2I)^{-1}A$.

自测题第一章难点解答

理由： 因为$AB = A + 2B$，所以$(A-2I)B = A$，$B = (A-2I)^{-1}A$.

而$A - 2I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $(A-2I)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

理由：因为$AB=A+2B$，所以$(A-2I)B=A$，
$B=(A-2I)^{-1}A.$

而$A-2I=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $(A-2I)^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$

所以$B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0&1\\1&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

理由：因为$AB=A+2B$，所以$(A-2I)B=A$，
$B=(A-2I)^{-1}A.$

而$A-2I=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, $(A-2I)^{-1}=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}$

所以$B=\begin{pmatrix}1&0&-1\\-1&1&1\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0&1\\1&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&0&-2\\-2&3&2\\0&0&3\end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

29.原题：设A与B都是3阶方阵，$C=3I+P(3(1),1)$，其中I是3阶单位矩阵，$P(3(1),1)$是相应的3阶初等矩阵，若$2A^{-1}B=B-C$，且$B=\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}$，则$A=$

自测题第一章难点解答

29.原题：设A与B都是3阶方阵，$C=3I+P(3(1),1)$，其中I是3阶单位矩阵，$P(3(1),1)$是相应的3阶初等矩阵，若$2A^{-1}B=B-C$，且$B=\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}$，则$A=$

解 $\begin{pmatrix}2&8&2\\-8&2&-8\\0&0&10\end{pmatrix}$

自测题第一章难点解答

29.原题：设A与B都是3阶方阵，$C=3I+P(3(1),1)$，其中I是3阶单位矩阵，$P(3(1),1)$是相应的3阶初等矩阵，若$2A^{-1}B=B-C$，且$B=\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}$，则$A=$

解 $\begin{pmatrix}2&8&2\\-8&2&-8\\0&0&10\end{pmatrix}$

理由：

自测题第一章难点解答

29.原题：设A与B都是3阶方阵，$C=3I+P(3(1),1)$，其中I是3阶单位矩阵，$P(3(1),1)$是相应的3阶初等矩阵，

若$2A^{-1}B=B-C$，且$B=\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}$，则$A=$

解 $\begin{pmatrix}2&8&2\\-8&2&-8\\0&0&10\end{pmatrix}$

理由：因为已知

$$C=\begin{pmatrix}3&0&0\\0&3&0\\0&0&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&0&1\\0&4&0\\0&0&4\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$B-C=\begin{pmatrix}0&-1&-1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\ (B-C)^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$B-C=\begin{pmatrix}0&-1&-1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\ (B-C)^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

而由$2A^{-1}B=B-C$，得$2B=A(B-C)$，

$$A=2B(B-C)^{-1}=2\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

自测题第一章难点解答

$$B-C=\begin{pmatrix}0&-1&-1\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix},\ (B-C)^{-1}=\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

而由$2A^{-1}B=B-C$，得$2B=A(B-C)$，

$$A=2B(B-C)^{-1}=2\begin{pmatrix}4&-1&0\\1&4&0\\0&0&5\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0&1&0\\-1&0&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}2&8&2\\-8&2&-8\\0&0&10\end{pmatrix}$$

Thank you!

AUTHOR: Ning Qun

ADDRESS: School of Mathematics and Statistics
SuZhou University
Suzhou, Anhui, 234000, China

EMAIL: Ning.qun@163.com